

## C.1 Introduzione

Affinché un progetto risulti economicamente conveniente è necessario che il bilancio finanziario dei flussi economici in uscita ed in ingresso sia vantaggioso. Il primo problema che si pone è quindi quello delle tecniche per la valutazione del bilancio finanziario dei flussi economici. Nella assunzione che questi siano noti con un elevato grado di certezza tale valutazione esaurisce il problema della convenienza dell'investimento. In questo caso l'unica difficoltà che deve essere affrontata è legata alla necessità di confrontare flussi economici temporalmente disomogenei. Infatti il valore del denaro è funzione del tempo, uguali somme ricevute in diversi momenti nel tempo non sono equivalenti. La disponibilità di una somma di denaro, se ben utilizzata, consente infatti di ottenere utili che al minimo possono essere assunti pari al rendimento di un'operazione con un'alea di rischio minima come può essere un certificato di deposito bancario o un titolo di credito di stato. Si usa indicare tale livello limite con la sigla *MARR* (*Minimum Attractive Rate of Return*). Per effettuare confronti tra somme di denaro, è allora necessario riferirle ad un tempo comune, che è di solito quello attuale. In sintesi il confronto diretto dei fondi che vengono investiti al tempo corrente, con i valori delle entrate future che si sono stimate per un dato progetto d'investimento, deve essere effettuato attraverso una operazione di capitalizzazione se ci si riferisce ad un tempo futuro o di attualizzazione se ci si riferisce al tempo corrente. In questo capitolo esamineremo brevemente le principali tecniche di valutazione delle somme di denaro e di conseguenza della convenienza delle operazioni finanziarie<sup>1</sup>.

## C.2 Leggi di capitalizzazione e attualizzazione

L'obiettivo dell'attualizzazione di una somma pagata in futuro è la stima del suo *valore attuale* mentre quello della capitalizzazione di una somma attuale è la stima del suo *valore futuro* o *montante*.

La variazione specifica del valore del denaro nel tempo è misurata: attraverso un *tasso d'interesse* nelle operazioni di capitalizzazione e attraverso un *tasso di sconto* nelle operazioni di attualizzazione.

Le leggi di capitalizzazione e attualizzazione possono essere raggruppate in tre classi:

*leggi semplici*; la valutazione dell'interesse o dello sconto è proporzionale al capitale iniziale nel primo caso o al capitale finale nel secondo; il loro utilizzo pratico è nelle valutazioni su archi temporali inferiori all'anno;

*leggi composte*; ad intervalli temporali fissi l'interesse o lo sconto viene aggiunto nel primo caso, sottratto nel secondo, al capitale il cui nuovo ammontare diventa la base per le successive valutazioni; il loro utilizzo pratico è nelle valutazioni a lungo termine e nelle valutazioni finanziarie generiche;

*leggi miste*; sono una combinazione delle precedenti; la valutazione è composta al termine di ogni periodo di capitalizzazione mentre è semplice per le stime intermedie; le leggi miste sono utilizzate

---

<sup>1</sup> Per gli scopi del testo, la trattazione degli argomenti è molto limitata e non possiede ovviamente la puntualità propria di un testo di matematica finanziaria al quale si deve invece fare riferimento per eventuali approfondimenti dei concetti qui semplicemente accennati. A tal scopo ottimi riferimenti sono WITHE J.A., AGEE M.H., CASE K.E., *Principles of engineering economic analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1977; VAN HORNE J.C., *Financial management and policy*, Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J., 1977; THUESEN H.G., FABRYCHY W.J., THUESEN G.J., *Engineering economy*, Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J., 1977

2 Corso di Organizzazione del Cantiere  
nella prassi bancaria italiana.

Nella capitalizzazione semplice, la funzione del montante  $FV$  (*Future Value*) o  $FV$  (*Valore Futuro*) è lineare:

$$FV = C \cdot (1 + i \cdot t)$$

dove  $C$  è il capitale iniziale  $i$  è l'interesse annuo e  $t$  è l'intervallo di tempo espresso in anni; il membro tra parentesi è detto *fattore di capitalizzazione*.

Ad esempio partendo da un capitale di 10 milioni attuali e supponendo un tasso d'interesse pari all'8.5%, si ottiene un montante a 3 mesi pari a:

$$FV = 10 (1 + i \cdot t) = 10 (1 + 0.085 \cdot 0.25) = 10.212 \text{ mil.}$$

Anche nello sconto semplice (o sconto commerciale) la funzione del valore attuale  $PV$  (*Present Value*) o  $VA$  è lineare:

$$PV = C \cdot (1 - s \cdot t)$$

dove i simbolismi sono analoghi al caso precedente; il membro tra parentesi è detto *fattore di sconto*.

Ad esempio da un capitale di 10 milioni a 6 mesi, supponendo un tasso di sconto pari al 12.5%, si ottiene un valore attuale pari a:

$$PV = 10 (1 - s \cdot t) = 10 (1 - 0.125 \cdot 0.50) = 9.375 \text{ mil.}$$

E' importante notare che le leggi semplici di capitalizzazione e sconto sono asimmetriche; reinvestendo cioè il valore attuale al medesimo tasso e per lo stesso intervallo di tempo non si ottiene il medesimo capitale iniziale ma un valore minore.

Considerando ad esempio un tasso del 20%, si ottiene da un capitale di 10 milioni ad un anno un valore attuale pari a:

$$PV = 10 (1 - 0.20 \cdot 1.0) = 8.0 \text{ mil.}$$

Il valore futuro che riotteniamo da questa somma è:

$$FV = 8 (1 + 0.20 \cdot 1.0) = 9.6 \text{ mil.}$$

Un'anomalia che è inoltre opportuno notare è la perdita di significatività dello sconto semplice quando  $t > 1/s$ ; in questo caso infatti, come è mostrato nella figura C.1, il valore  $PV$  diventa minore di zero mentre è ovvio che il valore attuale di una somma debba essere in ogni caso positivo.

Tale anomalia può comunque presentarsi per tempi inferiori ad un anno (periodo entro il quale sono di norma utilizzate le leggi semplici) solo nel caso di tassi di sconto superiori al 100%.

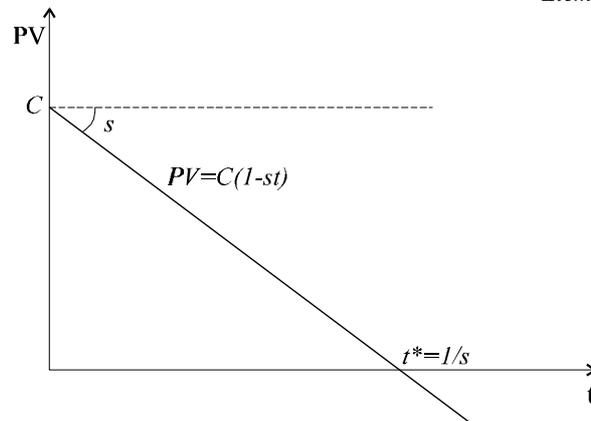


Fig. C.1 Andamento della funzione del PV nel caso di legge di attualizzazione semplice; è evidente l'inapplicabilità della legge per intervalli di tempo maggiori di  $1/s$  per i quali la funzione assume valori negativi.

Al fine di ovviare comunque a tali inconvenienti è consuetudine utilizzare al posto dello sconto commerciale la legge inversa della capitalizzazione semplice che prende il nome di *sconto razionale*. Nello sconto razionale il valore attuale di un capitale futuro è:

$$PV = \frac{C}{1 + i \cdot t}$$

dove  $i$  è pari al tasso d'interesse applicato al valore attuale; in questo caso il fattore di sconto è il termine:

$$\frac{1}{1 + i \cdot t}$$

In questo caso la funzione del valore attuale non è più lineare ma iperbolica con l'andamento mostrato nella figura C.2; essa tende a zero al crescere di  $t$  e a parità di tasso è sempre al di sopra della retta dello sconto commerciale.

Ad esempio da un capitale di 10 milioni a 6 mesi, supponendo un tasso di sconto pari al 12.5%, si ottiene un valore attuale pari a:

$$PV = 10 / (1 + i \cdot t) = 10 / (1 + 0.125 \cdot 0.5) = 9.411 \text{ mil.}$$

4 Corso di Organizzazione del Cantiere

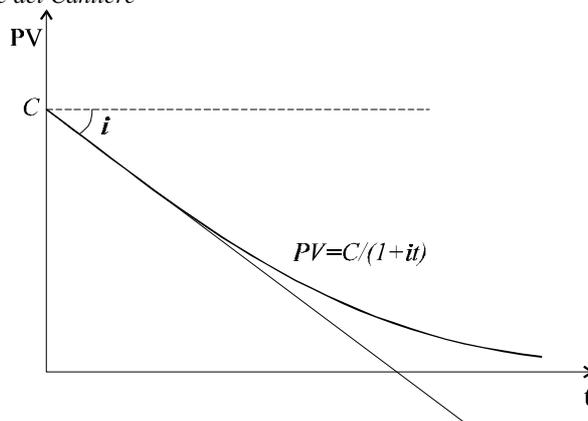


Fig. C.2 Confronto delle funzioni 'sconto commerciale' e 'sconto razionale' a parità di tasso. Si nota che la seconda assume valori sempre maggiori della prima.

Nel caso dello sconto commerciale era stato invece ottenuto il valore 9.375 milioni; per definizione il valore calcolato con lo sconto razionale, reinvestito per lo stesso tasso e periodo restituisce un capitale pari a quello iniziale. Quando l'intervallo di tempo preso in considerazione è rilevante<sup>2</sup> è lecito pensare che gli interessi maturati ad un tempo intermedio possano essere reinvestiti producendo essi stessi ulteriori utili. Per tale ragione in questo caso sono di norma utilizzate, al posto delle leggi semplici, le leggi composte di capitalizzazione e sconto.

Nella capitalizzazione composta, ad intervalli regolari<sup>3</sup>, vengono calcolati gli interessi e sommati al capitale il cui nuovo ammontare diventa la base per le successive valutazioni.

Allora dopo il primo intervallo il valore del capitale iniziale sarà pari a:

$$FV_1 = C \times (1 + i \times \Delta t)$$

dopo il secondo si avrà:

$$FV_2 = C \times (1 + i \times \Delta t) \times (1 + i \times \Delta t) = C \times (1 + i \times \Delta t)^2$$

generalmente dopo 'n' intervalli si otterrà:

$$FV_n = C \times (1 + i \times \Delta t)^n$$

Assumendo il periodo di capitalizzazione pari ad un anno (per cui  $t=1$ ) il fattore di capitalizzazione diventa:

$$U_n = (1 + i)^n$$

La funzione del montante composto è quindi esponenziale; l'esponente può assumere non solo valori finiti ma anche frazionari.

Nella prassi bancaria è però usuale l'uso dello schema misto in cui si valuta per la parte intera di intervalli la capitalizzazione composta mentre per la parte frazionaria si effettua la capitalizzazione

<sup>2</sup> in genere quando l'orizzonte temporale su cui si estende l'operazione è maggiore di un anno

<sup>3</sup> ad esempio tre mesi o un anno

semplice.

In questo modo il valore del montante è pari a:

$$FV = C(1+i)^n(1+i(t-n))$$

in cui  $n < t < n+1$ .

Come si vede nella figura C.3, tale funzione è una segmentata che uguaglia la curva della capitalizzazione composta allo scadere dei periodi di capitalizzazione mentre fornisce valori maggiori nei periodi intermedi.

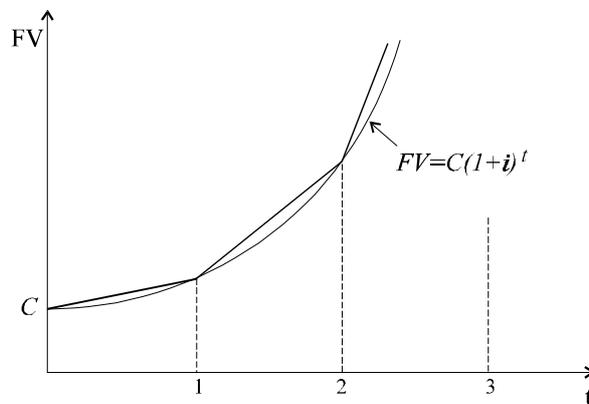


Fig. C.3 Andamento della funzione di capitalizzazione mista rispetto a quella di capitalizzazione composta. Si nota come le due funzioni assumano gli stessi valori allo scadere dei periodi di capitalizzazione mentre la prima assume valori sempre superiori nei periodi intermedi.

Ad esempio da un capitale di 10 milioni a 42 mesi, supponendo un tasso di sconto pari al 12%, si ottiene, attraverso la capitalizzazione composta, un montante pari a:

$$FV = 10(1+i)^n = 10(1+0.12)^{3.5} = 14.868 \text{ mil.}$$

mentre attraverso la legge di capitalizzazione mista si ottiene invece:

$$FV = 10(1+i)^n(1+(t-n)) = 10(1+0.12)^3(1+0.12 \times 0.5) = 14.892 \text{ mil.}$$

L'attualizzazione composta di una somma è ottenuta come funzione inversa della capitalizzazione composta:

$$PV_n = C/(1+i)^n$$

Il fattore di sconto è quindi:

$$1/(1+i)^n = (1+i)^{-n}$$

Per avere ad esempio la disponibilità di 10 milioni tra 5 anni con un tasso d'interesse del 12% si devono investire oggi:

$$PV = 10(1.12)^{-5} = 5.674 \text{ mil.}$$

6 Corso di Organizzazione del Cantiere

È utile a volte calcolare i tassi di capitalizzazione o sconto semplice equivalenti alle diverse leggi. Ciò si ottiene facilmente uguagliando i relativi fattori di capitalizzazione o sconto. Ad esempio nel caso della capitalizzazione, denotando con  $i_s$  il tasso d'interesse semplice e con  $i_c$  quello d'interesse composto l'uguaglianza diventa:

$$1+i_s \times t = (1+i_c)^t \quad \text{D} \quad i_s = ((1+i_c)^t - 1)/t$$

In alcune operazioni la capitalizzazione viene effettuata per periodi diversi dall'intervallo di riferimento per il tasso d'interesse che è in genere pari a un anno. In questi casi si parla di capitalizzazione frazionaria con periodo pari a  $1/k$  anni che viene effettuata calcolando il tasso periodico  $i_k$  per l'intervallo considerato come frazione di un tasso nominale<sup>4</sup> annuo  $j_k$ :

$$i_k = j_k/k$$

Ad esempio per un fido bancario<sup>5</sup> di 10 milioni, con tasso nominale di capitalizzazione  $j_4$  pari al 16%, deve essere restituito dopo un anno:

$$FV = 10 \times (1 + 0.04)^4 = 11.698 \text{ mil.}$$

Il tasso equivalente annuo è pari a:

$$1+i = (1+i_k)^k \quad \text{D} \quad i = (1+i_k)^k - 1 = (1+j_k/k)^k - 1$$

Nel nostro caso si ottiene:

$$i = 16.98\%$$

Quando il periodo di capitalizzazione diventa molto piccolo e conseguentemente il numero di capitalizzazioni molto elevato<sup>6</sup> è comodo utilizzare come approssimazione la capitalizzazione continua definita come limite della capitalizzazione frazionaria:

$$FV = \lim_{k \rightarrow \infty} C \cdot \left(1 + \frac{d}{k}\right)^{kt} = C \cdot e^{dt}$$

dove  $d$  è il tasso d'interesse nominale annuo. Il tasso annuo equivalente è:

$$i = e^d - 1$$

Con gli stessi dati dell'esempio precedente ma con capitalizzazione continua si ottiene dopo un anno:

$$FV = 10 \times e^{0.16} = 11.735 \text{ mil.}$$

In questo caso il tasso equivalente è:

<sup>4</sup> nominalmente riferito all'anno ma con capitalizzazione che avviene  $k$  volte per anno

<sup>5</sup> per cui nella prassi bancaria si attua la capitalizzazione frazionaria a tre mesi

<sup>6</sup> come ad esempio nella capitalizzazione giornaliera, tipica della prassi bancaria negli Stati Uniti

$$i=17.35\%$$

Lo schema di capitalizzazione continua è utile nella valutazione di flussi di cassa continui<sup>7</sup>.

Utilizzando la capitalizzazione o l'attualizzazione composta o continua è possibile decomporre la durata totale di una operazione in una sequenza equivalente di sottoperiodi.

Ad esempio nel caso di capitalizzazione composta il montante di una somma  $C$  a 10 anni con un tasso d'interesse del 12% può essere valutato indifferentemente nei seguenti modi:

$$C(1+0.12)^{10} = C(1+0.12)^2(1+0.12)^5(1+0.12)^3 = C \times 3.106$$

### C.3 Criteri di valutazione degli investimenti

La valutazione dell'efficienza economica del processo produttivo deve ovviamente considerare la distribuzione nel tempo dei flussi finanziari.

Definiamo i cash-flow come i flussi monetari effettivi in entrata e in uscita.

Nel seguito descriveremo un investimento attraverso una sequenza di cash-flow nella forma:

$$\begin{cases} f_1, & f_2, & f_3, & \dots, & f_n \\ t_1, & t_2, & t_3, & \dots, & t_n \end{cases}$$

in cui  $f_i$  è il generico flusso finanziario, considerato istantaneo e positivo se in entrata, che si manifesta nel generico tempo  $t_i$ .

Si definisce investimento puro l'operazione in cui tutti i flussi negativi precedono quelli positivi<sup>8</sup>:

$$\begin{aligned} f_1, & f_2, & f_3, & \dots, & f_k & < 0 \\ f_{k+1}, & f_{k+2}, & f_{k+3}, & \dots, & f_n & > 0 \end{aligned}$$

Viceversa si definisce finanziamento puro l'operazione in cui tutti i flussi positivi precedono quelli negativi:

$$\begin{aligned} f_1, & f_2, & f_3, & \dots, & f_k & > 0 \\ f_{k+1}, & f_{k+2}, & f_{k+3}, & \dots, & f_n & < 0 \end{aligned}$$

L'operazione infine è detta mista quando i flussi si succedono con più di un cambiamento di segno<sup>9</sup>.

<sup>7</sup> Il PV di un flusso costante  $F$  nell'intervallo  $[0, k]$  è pari a  $\frac{F}{i}(1-e^{-ik})$  mentre il PV di un flusso lineare che assume valore nullo nell'istante corrente e valore  $F$  nell'istante  $k$  è pari a  $\frac{F}{i^2}(1-e^{-ik}) - \frac{F}{i}ke^{-jk}$

<sup>8</sup> ciò accade quando l'operazione è svolta con propri fondi monetari.

<sup>9</sup> Tipicamente il processo edilizio è proprio un'operazione di tipo misto in quanto, come accade ad esempio nell'appalto pubblico, gli incassi sono legati a determinati stati di avanzamento dell'opera.

### 8 Corso di Organizzazione del Cantiere

Nel seguito saranno descritti i principali metodi di valutazione diretta della convenienza economica degli investimenti, così chiamati perché non prendono in considerazione eventuali rendimenti indotti dei flussi in quanto parte di una più ampia combinazione di attività.

#### *Periodo di pareggio semplice (Payback Period)*

Il periodo di pareggio semplice  $PP$  è l'intervallo di tempo minimo entro il quale viene recuperato l'investimento trascurando gli oneri e i rendimenti finanziari e quindi senza attualizzare o capitalizzare le somme in questione.

Formalmente possiamo scrivere:

$$PP = \text{Min}(t_p): \left[ \sum_{j=1}^p f_j > 0 \right]$$

Ad esempio data la sequenza annuale di flussi:

$$\begin{cases} -100 & -20 & 30 & 80 & 110 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{cases}$$

otteniamo tramite interpolazione lineare il valore  $PP=3.09$  anni.

Questo criterio è usato raramente a causa dell'errore di valutazione connesso alla non attualizzazione dei flussi finanziari inoltre esso ha senso solo nel caso l'operazione sia un investimento puro.

#### *Periodo di pareggio con attualizzazione (Discounted Payback Period)*

Il periodo di pareggio con attualizzazione  $DPP$  è l'intervallo di tempo minimo entro il quale si recupera l'investimento considerando gli oneri finanziari e quindi con l'uso dei flussi scontati. Formalmente si può scrivere:

$$DPP = \text{Min}(t_p): \left[ \sum_{j=1}^p f_j \cdot (1+i)^{-t} > 0 \right].$$

Ad esempio data la sequenza annuale di flussi:

$$\begin{cases} -100 & -20 & 80 & 100 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{cases}$$

con un tasso del 10% otteniamo tramite interpolazione lineare il valore:

$$\text{Min}(t): -100 - 20 \times (1.10)^{-1} + 80 \times (1.10)^{-2} + 100 \times (1.10)^{-3} > 0 \quad \mathbf{DPP} = 2.7 \text{ anni}$$

Anche il *DPP* ha senso solo nel caso in cui l'operazione è un investimento puro; inoltre un difetto non trascurabile del periodo di pareggio è quello di ignorare cosa accade dopo il pareggio ponendo invece in risalto solo la rapidità con cui l'investimento iniziale viene recuperato. Esso è dunque adatto soprattutto ai casi in cui i dati oltre un certo orizzonte non sono ragionevolmente affidabili.

*Valore attuale netto (Net Present Value)*

Quando la conoscenza dei flussi finanziari copre l'intero orizzonte dell'operazione, è possibile una valutazione compiuta della convenienza economica che si ha quando il bilancio tra i valori attualizzati (ad un determinato tasso '*i*') dei flussi finanziari è positivo. Tale bilancio prende in nome di '*valore attuale netto*' abbreviato con la sigla *VAN* o *NPV* ed è definito come la somma totale dei valori attuali di tutti i cash-flow scontati al tasso *i*. Formalmente scriviamo:

$$NPV = \sum_{j=0}^n f_j \cdot (1+i)^{-t} .$$

Data ad esempio la sequenza annuale di flussi:

$$\begin{cases} -100 & 10 & 120 \\ 0 & 1 & 2 \end{cases}$$

e un tasso del 10% si ottiene:

$$NPV = -100 + 10 \times (1.10)^{-1} + 120 \times (1.10)^{-2} = 8.26.$$

Il valore positivo indica la convenienza dell'investimento; esso misura l'incremento netto (decremento nel caso di valori negativi) di rendimento dovuto all'operazione e ha la stessa unità di misura dei flussi finanziari.

*Tasso di rendimento interno (Internal Rate of Return)*

E' possibile calcolare il valore del tasso di sconto per il quale il *NPV* si annulla; questo valore viene chiamato '*tasso di rendimento interno*' abbreviato con *TIR* o *IRR*. Il valore del tasso di rendimento interno rappresenta la soglia di separazione tra i tassi d'interesse che rendono l'investimento conveniente e quelli che viceversa lo rendono non conveniente; maggiore è quindi il valore di tale soglia e maggiore è l'intervallo dei tassi di sconto all'interno del quale l'investimento risulta conveniente. Per far ciò basta risolvere rispetto a *i* la seguente disequazione:

$$\sum_{j=0}^n f_j \cdot (1+i)^{-t} > 0$$

Ad esempio, con la sequenza di flussi:

$$\begin{cases} -100 & 20 & 120 \\ 0 & 1 & 2 \end{cases}$$

ed un tasso del 10% si ottiene:

$$-100 + 20 \times (1+i)^{-1} + 120 \times (1+i)^{-2} > 0 \quad \text{P} \quad \text{IRR} = 20\%.$$

Per un investimento puro, come nel nostro caso, il NPV decresce con l'aumento del tasso di sconto, come mostrato nella figura C.4; da ciò si deduce che se il costo del capitale fosse minore del 20% allora l'operazione risulterà conveniente.

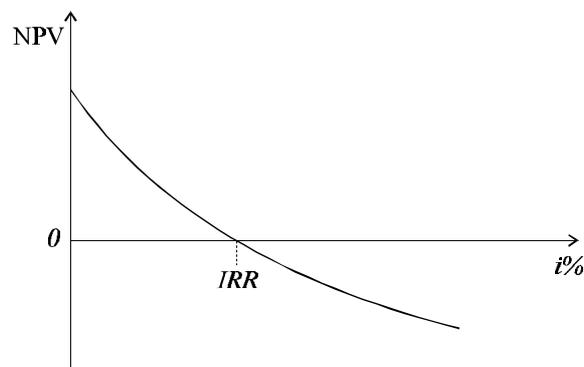


Fig. C.4 Diminuzione del NPV dell'investimento in funzione della crescita del tasso di sconto. Il tasso che determina il passaggio dai valori positivi e quelli negativi del NPV è detto tasso di rendimento interno.

In un'operazione mista possono essere trovate più radici dell'equazione; queste definiscono intervalli di convenienza dell'investimento ( $NPV > 0$ ).

#### Indice di rendimento attualizzato

È possibile svincolarsi dalla unità di misura dei flussi finanziari confrontando le somme dei valori attuali dei flussi positivi con quelli negativi. Il modulo del rapporto tra queste grandezze è detto 'indice di rendimento attualizzato' abbreviato con la sigla IRA. In termini formali scriviamo:

$$IRA = \frac{\sum_{j=h+1}^n f_j (1+i)^{-t}}{\left| \sum_{j=0}^h f_j (1+i)^{-t} \right|}$$

Un valore maggiore dell'unità indica un'operazione economicamente conveniente misurando la crescita assoluta nel rendimento per unità di capitale investito.

#### C.4 Il confronto fra investimenti diversi

E' possibile comparare la convenienza di investimenti diversi confrontando gli indici di rendimento ad essi associati. È interessante effettuare il confronto in funzione del tasso di sconto che non può essere sempre assunto come un dato certo in quanto dipendente dall'andamento generale del contesto economico di riferimento<sup>10</sup>. Nel caso in cui sia importante l'entità del valore monetario del rendimento il confronto può essere basato sull'andamento dei *NPV* al variare del tasso di sconto; viceversa qualora si volesse determinare l'operazione con il rendimento unitario più elevato dovranno essere confrontati i *TIR* o gli *IRA*.

Il primo caso si ha in genere quando si confrontano operazioni che hanno il medesimo obiettivo operativo (ad esempio la costruzione dello stesso manufatto); il seconda caso si ha invece quando si confrontano operazioni non omogenee.

Dati ad esempio i flussi annuali associati a due operazioni diverse:

<i>t</i>	0	1	2	3
A	-776.1	500	0	500
B	-776.1	0	0	1105

otteniamo gli andamenti del *NPV* descritti nella figura C.5.

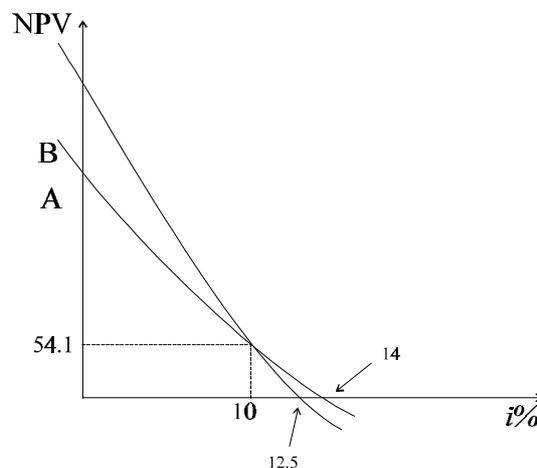


Fig. C.5 Confronto del *NPV* dei due investimenti al variare del tasso di sconto.

Il valore del tasso di sconto del 10% è discriminante per la scelta dell'operazione A o B; in particolare come si può vedere dalla figura, la seconda è più conveniente della prima per tassi inferiori al 10% e viceversa per tassi superiori a tale soglia. Inoltre la prima operazione non è più conveniente per tassi superiori al 14% mentre la seconda perde di convenienza per tassi superiori al 12.5%.

- Confronto tra due investimenti alternativi per l'acquisto dell'impianto di betonaggio

<sup>10</sup> Per semplicità il confronto è comunque effettuato supponendo che il tasso di sconto rimanga costante durante il corso dell'operazione.

## 12 Corso di Organizzazione del Cantiere

Nella necessità di dotare l'impresa dell'attrezzatura necessaria alla produzione in proprio del calcestruzzo per una quantità media stimabile in circa 500 mc è possibile optare per due impianti diversi. La prima alternativa *A* è costituita da una betoniera a inversione del costo di 35 milioni per la quale è necessario l'impiego di due operai per un totale di 20 giornate lavorative annue ciascuno. La seconda alternativa *B* è costituita invece da una centrale di betonaggio automatica il cui costo iniziale è pari a 70 milioni ma che impegna un solo operaio per un totale di 10 giornate lavorative annue. Sono noti il valore del tasso d'interesse annuo pari al 10%, il costo giornaliero di un operaio pari a £.200.000, l'utile che esclusa la mano d'opera è pari a £.40.000 per ogni mc di calcestruzzo prodotto e la vita media di un impianto pari a 8 anni.

Possiamo calcolare il *NPV* delle due alternative che nel caso *A* è pari a 29,02 milioni mentre nell'alternativa *B* è pari a 26,03 milioni. Inoltre si calcola il *DPP* della prima alternativa che è pari a 3,63 anni mentre quello della seconda è 5,17 anni. Ancora i valori dell'*IRR* sono rispettivamente 30,11% e 19,55%.

Questi risultati dimostrano univocamente la convenienza della betoniera a inversione, sia in termini di valore attuale netto che di rendimento interno; quest'impianto inoltre consente un più veloce recupero della spesa iniziale per cui è più facilmente rinnovabile nel caso che innovazioni tecnologiche importanti nell'arco degli 8 anni di servizio lo rendessero obsoleto.

Nel caso però in cui il costo della manodopera subisse un aumento incrementale netto pari al 10% ogni 2 anni il *NPV* della prima alternativa diviene 23,29 milioni mentre quello della seconda sarebbe 24,59 milioni. I *DPP* sarebbero rispettivamente 3,75 anni e 5,23 anni, mentre gli *IRR* assumerebbero i valori pari a 27,44% per la betoniera a inversione e 19,13% per la centrale di betonaggio. In questo caso il valore attuale netto della centrale diviene leggermente superiore a quello della betoniera; rimane però a favore di quest'ultima un superiore rendimento interno e un più rapido recupero del capitale investito. La diminuzione del tasso d'interesse al 7% porterebbe ancora al migliore *NPV* per la centrale il cui valore sarebbe 37,48 milioni contro 36,65 milioni per la betoniera; ancora in questo caso però il costo della centrale può essere recuperato con un tempo maggiore.