

La Macchina di Stirling

Massimo Fantin

2011

1 Funzionamento

La Macchina di Stirling è una macchina termica reversibile, cioè può funzionare sia da motore che da frigorifero. Funziona mediante un ciclo chiuso di un gas che funge da fluido termodinamico, che vien scambiato, mediante un condotto senza valvole tra due cilindri uguali mantenuti a temperature diverse $T_2 > T_1$. In ciascun cilindro scorre un pistone collegato, mediante un sistema biella manovella ad un albero motore. Il movimento dei pistoni nei due cilindri è in quadratura. Se funziona come motore il cilindro caldo è in anticipo rispetto al cilindro freddo, al contrario per il frigorifero.

Per il funzionamento del motore di Stirling possiamo distinguere quattro fasi:

1. espansione: è una trasformazione idealmente isoterma a temperatura T_2 , nella quale il volume del cilindro caldo aumenta e il sistema produce lavoro
2. raffreddamento: è una trasformazione idealmente isocora cioè a volume costante nella quale il gas viene spostato dal cilindro caldo al cilindro freddo
3. : spinta: è una trasformazione idealmente isoterma a temperatura T_1 nella quale il cilindro freddo aumenta di volume e il sistema assorbe lavoro.
4. riscaldamento : è una fase idealmente isocora nella quale il gas viene spostato dal cilindro freddo al cilindro caldo.

2 ciclo

Per studiare nel dettaglio una macchina di stirling supponiamo che i volumi del gas contenuto nei cilindri vari da 0 a $2V$, secondo un andamento sinusoidale, dato dalle seguenti funzioni :

$$V_1 = V(-\cos\omega t + 1) \quad V_2 = V(\sin\omega t + 1)$$

Sia inoltre n il numero delle moli del gas contenuto complessivamente nei cilindri e siano n_1 ed n_2 le moli in ciascun cilindro, la pressione nei due cilindri è la stessa perchè sono collegati dal condotto, inoltre supponiamo che il volume del condotto sia trascurabile e che il riscaldamento del gas all'entrata in

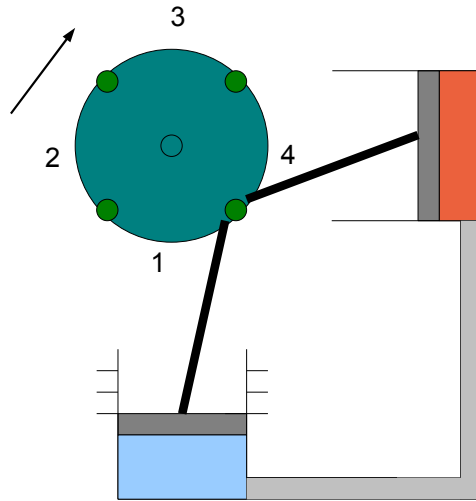


Figura 1: Macchina di Stirling

uno dei cilindri raggiunga istantaneamente la temperatura del cilindro. posto n il numero complessivo delle moli del gas e applicando l'equazione dei gas perfetti si avrà che:

$$n_1 + n_2 = n \quad pV_1 = n_1RT_1 \quad pV_2 = n_2RT_2$$

. Per determinare p, n_1, n_2 risolviamo il sistema si ha :

$$p = \frac{nR}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}} \quad n_1 = n \frac{\frac{V_1}{T_1}}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}} \quad n_2 = n \frac{\frac{V_2}{T_2}}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}}$$

Nella tabella sono riportati i valori durante un ciclo delle fuizioni termodinamiche nel caso in cui il gas sia complessivamente costituito da $n = 3$ moli di gas perfetto e le temperature siano $T_1 = 300K$ $T_2 = 400K$ mentre i volumi medi dei due cilindri siano $0,01m^3$ i calcoli fatti portano a riconoscere che il rendimento della macchina risulta inferiore a quella di Carnot che lavora tra le temperature T_1, T_2 questo perché il passaggio di calore dall e due sorgenti non sempre avviene alle temperature a sorgente calda, ma alla temperatura alla quale si trova il gas in quel momento. Tale temperatura è la media ponderata della due temperature, precisamente:

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{n} = \frac{V}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}}$$

dove i pesi sono dati dal numero delle moli presenti in ciascun cilindro. Dal valore della temperatura T si determina il vaolre dell'energia interna $U = \frac{3R}{2}(n_1T_1 + n_2T_2)$

Il lavoro ΔL fatto dalla macchina durante uno dei ventiquattresimi del ciclo si ottiene calcolando l'area del trapezio rettangolo avente per basi i volumi agli estremi dell'intervallo e come altezza la variazione dei volume in quel dato intervallo. Si calcola infini la somma di tutti i valori agli estremi dell'intervallo ottenendo il lavoro totale L

Ciclo di Stirling

$\omega = 6,28$

$n = 1$

$T_1 = 300$

$T_2 = 400$

$V = 0,01$

	t	V2	V1	V	P	T	L	U	ΔU	Q	Q1	Q2	ΔS
0	0	0,0100	0,0000	0,01	332400	400		4986					
1	0,042	0,0126	-0,0003	0,01	254859	397	860	4943	-43	817	0	817	-2,04
2	0,083	0,0150	-0,0013	0,02	198018	389	772	4853	-89	683	0	683	-1,71
3	0,125	0,0171	-0,0029	0,02	158464	381	652	4754	-99	553	0	553	-1,38
4	0,167	0,0187	-0,0050	0,02	131244	374	530	4658	-96	434	0	434	-1,09
5	0,208	0,0197	-0,0074	0,03	112519	367	416	4569	-89	327	0	327	-0,82
6	0,25	0,0200	-0,0100	0,03	99720	360	311	4487	-82	229	0	229	-0,57
7	0,292	0,0197	-0,0126	0,03	91210	354	215	4412	-75	139	0	139	-0,35
8	0,333	0,0187	-0,0150	0,03	85980	348	125	4341	-71	54	0	54	-0,14
9	0,375	0,0171	-0,0171	0,03	83449	343	41	4274	-67	-27	-27	0	0,09
10	0,417	0,0150	-0,0187	0,03	83349	338	-40	4208	-65	-106	-106	0	0,35
11	0,458	0,0126	-0,0197	0,03	85669	332	-119	4144	-64	-184	-184	0	0,61
12	0,5	0,0100	-0,0200	0,03	90655	327	-198	4079	-64	-263	-263	0	0,88
13	0,542	0,0074	-0,0197	0,03	98858	322	-278	4014	-65	-343	-343	0	1,14
14	0,583	0,0050	-0,0187	0,02	111244	317	-358	3948	-66	-424	-424	0	1,41
15	0,625	0,0029	-0,0171	0,02	129387	311	-440	3882	-66	-507	-507	0	1,69
16	0,667	0,0013	-0,0150	0,02	155766	306	-522	3818	-64	-586	-586	0	1,95
17	0,708	0,0003	-0,0126	0,01	194102	302	-597	3764	-53	-650	-650	0	2,17
18	0,75	0,0000	-0,0100	0,01	249300	300	-649	3740	-25	-674	-674	0	2,25
19	0,792	0,0003	-0,0074	0,01	325144	303	-646	3781	42	-604	-604	0	2,01
20	0,833	0,0013	-0,0050	0,01	415167	317	-523	3948	167	-356	-356	0	1,19
21	0,875	0,0029	-0,0029	0,01	486379	343	-217	4274	326	108	0	108	-0,27
22	0,917	0,0050	-0,0013	0,01	489808	374	235	4658	384	619	0	619	-1,55
23	0,958	0,0074	-0,0003	0,01	422571	394	645	4914	256	901	0	901	-2,25
24	1	0,0100	0,0000	0,01	332400	400	848	4986	72	920	0	920	-2,30
							1063		0	1063	-4723	5785	1

$$\eta = 0,18$$

$$\eta_{\text{Carnot}} = 0,25$$

Il calore Q scambiato in ciascun intervallo si determina dal primo principio della termodinamica $Q = \Delta U - \Delta L$.

Il Calore Q viene suddiviso in calore Q_1 se uscente dalla macchina e calore Q_2 se è entrante.

La variazione di entropia si calcola da $\Delta S = \frac{Q}{T}$. La variazione totale di entropia durante un intero ciclo è dato dalla somma delle variazioni nei singoli intervalli.

La figura 2 rappresenta la variazione dei volumi dei gas nei cilindri caldo di colore rosso e freddo di colore blu. I versi delle ordinate per i due volumi sono opposti: verso l'alto per il cilindro caldo e verso il basso per il cilindro freddo, in questo modo è immediatamente visibile il valore complessivo del volume totale come l'ampiezza della fascia colorata. Nel diagramma il ciclo è suddiviso in 24 intervalli di tempo, Le quattro fasi sono distinguibili dai colori.

Il grafico di fig. 3 fig 2 rappresenta il ciclo termodinamico della macchina di Stirling con le semplificazioni che si sono dette. Le quattro fasi non sono chiaramente distinguibili poichè si ha un passaggio graduale da una fase ad un'altra che fa sì che il grafico sia arrotondato.

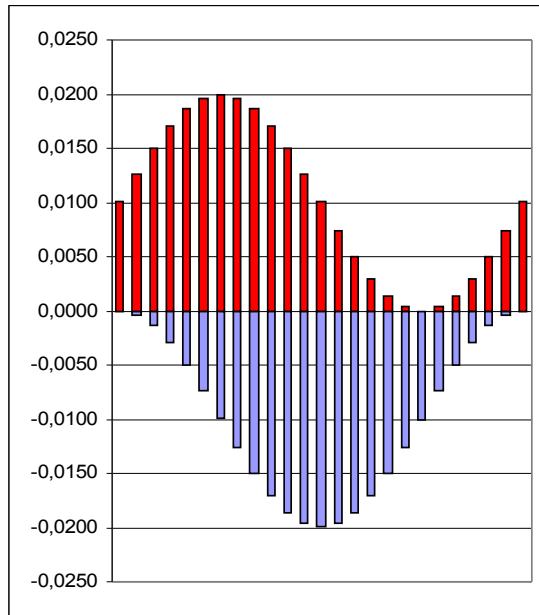


Figura 2: Volume dei cilindri

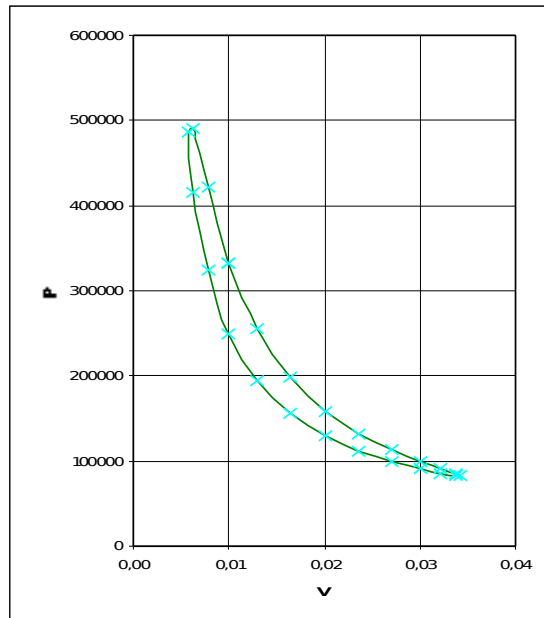


Figura 3: Ciclo termodinamico