MOTI
OSCILLATORI

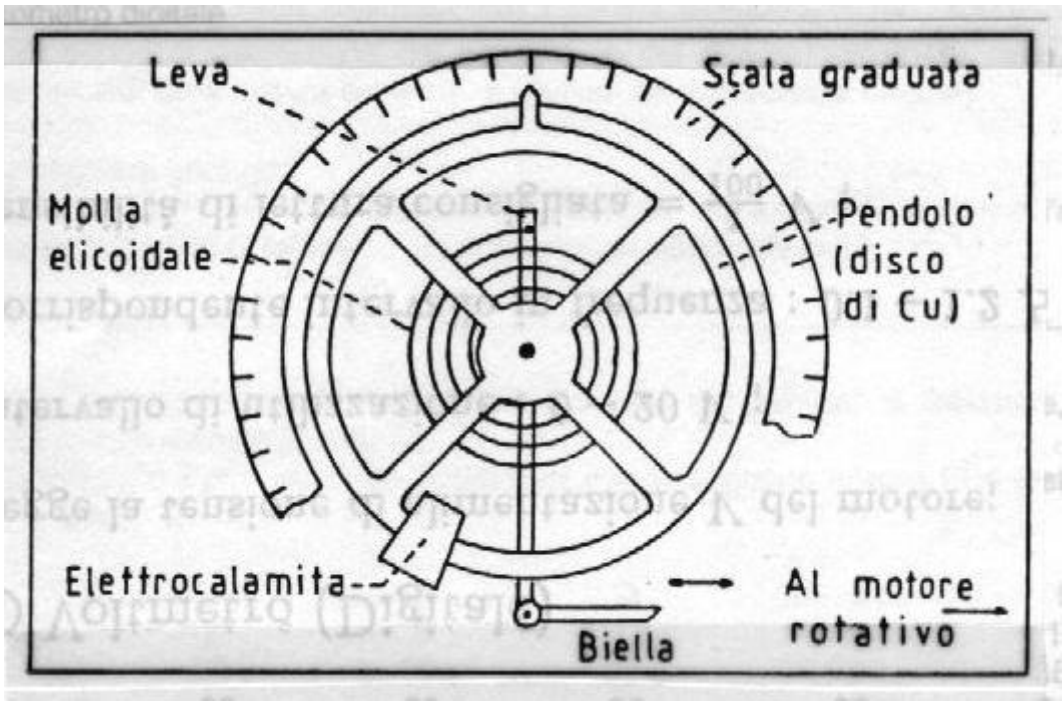
Esperienza effettuata il giorno 18 febbraio 1997 da

Maurizio Antonelli
Rosa De Matteis

Some rights reserved: http://www.maury.it#licenza

Scopo dell'esperienza:
1) studio di oscillazioni libere
2) studio di oscillazioni smorzate
3) studio di oscillazioni forzate e della risonanza

Strumento a disposizione: **PENDOLO DI ROTAZIONE**



- Disco di rame

costituisce la massa che viene posta in oscillazione

- Molla elicoidale

fornisce il momento di richiamo elastico k''

- Elettrocalamita

costituisce il termine di smorzamento ($\rho * d\Phi/dt$) del sistema; è alimentato da un generatore di corrente variabile (I); il disco ruota nel traferro ove è presente un campo magnetico $B \alpha I$: il coefficiente di smorzamento è $r \alpha B^2 \alpha I^2$

- Motore di rotazione

costituisce il termine forzante del sistema ($F_o \cos(\omega t)$); viene alimentato da un generatore di tensione variabile (V); la frequenza di rotazione ω è proporzionale a V; l'oscillazione viene trasmessa attraverso una biella e una leva.

- Voltmetro digitale

legge la tensione di alimentazione V del motore; il suo intervallo di utilizzazione è 0-20 V; il corrispondente intervallo di frequenza 0.1-1.2 Hz ; sensibilità di lettura (consigliata) = 1/100 V.

- Amperometro

legge la corrente di alimentazione I dell'elettrocalamita; l'intervallo di utilizzazione 0-20 A; sensibilità di lettura circa 0.05A.

- Cronometro digitale

misura il periodo di oscillazione del pendolo (e del motore);sensibilità dello strumento= 10^{-3} s; sensibilità della misura circa 10^{-1} s (dovuta ad imprecisioni umane).

- Scala angolare graduata

è posta sul supporto fisso del pendolo di rotazione allo scopo di leggerne l'ampiezza di oscillazione; intervallo di lettura : + 20 unità ; sensibilità = 1/5 unità.

Abbiamo iniziato con il misurare il periodo naturale del pendolo di rotazione, quindi con motore ed elettrocalamita spenti.
Abbiamo misurato il periodo di 20 oscillazioni con le seguenti misure (5 a testa con varie posizioni iniziali):

	1	2	3	4	5
posiz.iniziale	8	8	12	4	18
Maury	39 s	39 s	39 s	39 s	38 s
Rosa	39 s	39 s	39 s	39 s	39 s

Il valor medio è 39 secondi con deviazione standard ovviamente trascurabile.

Quindi $T_o = \frac{\Delta t}{N} = \frac{29}{30} = 1.95$ secondi

$\nu_o = 0.51 = 1/1.95 \ \sec^{-1}$

$\omega_o = 2\pi/T_o = 3.22 \ \sec^{-1}$

Successivamente abbiamo calcolato lo smorzamento residuo intrinseco (meccanica dello strumento) misurando l'ampiezza di oscillazione in funzione del tempo ; partendo da una posizione iniziale di 18, abbiamo aspettato che l'ampiezza dell'oscillazione arrivasse a 9 (metà del valore iniziale).

Ecco l'ampiezza segnata dall'indice ad ogni oscillazione:

17.8	17.6	17.4	17.2	17	16.8	16.6	16.4	16.2	16
15.8	15.6	15.4	15.2	15	15	14.8	14.6	14.4	14.4
14.2	14	13.8	13.8	13.6	13.4	13.4	13.2	13	12.8
12.8	12.6	12.4	12.2	12	12	11.8	11.6	11.4	11.4
11.2	11	10.8	10.8	10.6	10.4	10.2	10.2	10	10
9.8	9.6	9.6	9.4	9.2	9.2	9			

TOTALE : 57 oscillazioni.

Come si vede dal grafico 1, l'ampiezza di oscillazione varia con legge esponenziale.

$A(t)/A_o = e^{\gamma_o t}$ $\gamma_o = \ln(A_o/A(t)) / t$ $\ln (A_o/A(t_1))/t_1=\ln(A(t_1)/A(t_2))/(t_2-t_1)=$ cost.

Dalla pendenza della retta (ottenuta con i minimi quadrati) si ha $\gamma_o= 0.012$ con un'incertezza trascurabile ($\sigma= 6.72 * 10^{-9}$).

Siamo passati quindi ad accendere l'elettrocalamita per misurare γ in funzione di I (o di B).
La prima misura è stata effettuata con una corrente di 0,3 A. Ecco l'ampiezza ad ogni oscillazione: 18 14.6 11.8 9.6 8.
La seconda misura con intensità 0.6 A: 10 4.4 2 0.8
Con 0.9 A : 18 3 0.6
Con 1.2 A : 18 0.7.

Sopra il valore I=3.5 si va in regime di sovrasmorzamento. Si verifica che $\gamma_{critico}$ è circa uguale a ω_o= 3.1-3.5.

Abbiamo calcolato Q (fattore di qualità) per i diversi γ: $Q=\omega_o/2\gamma$

γ=	0.20	0.84	1.70	3.25
Q=	8.05	1.92	0.95	0.50

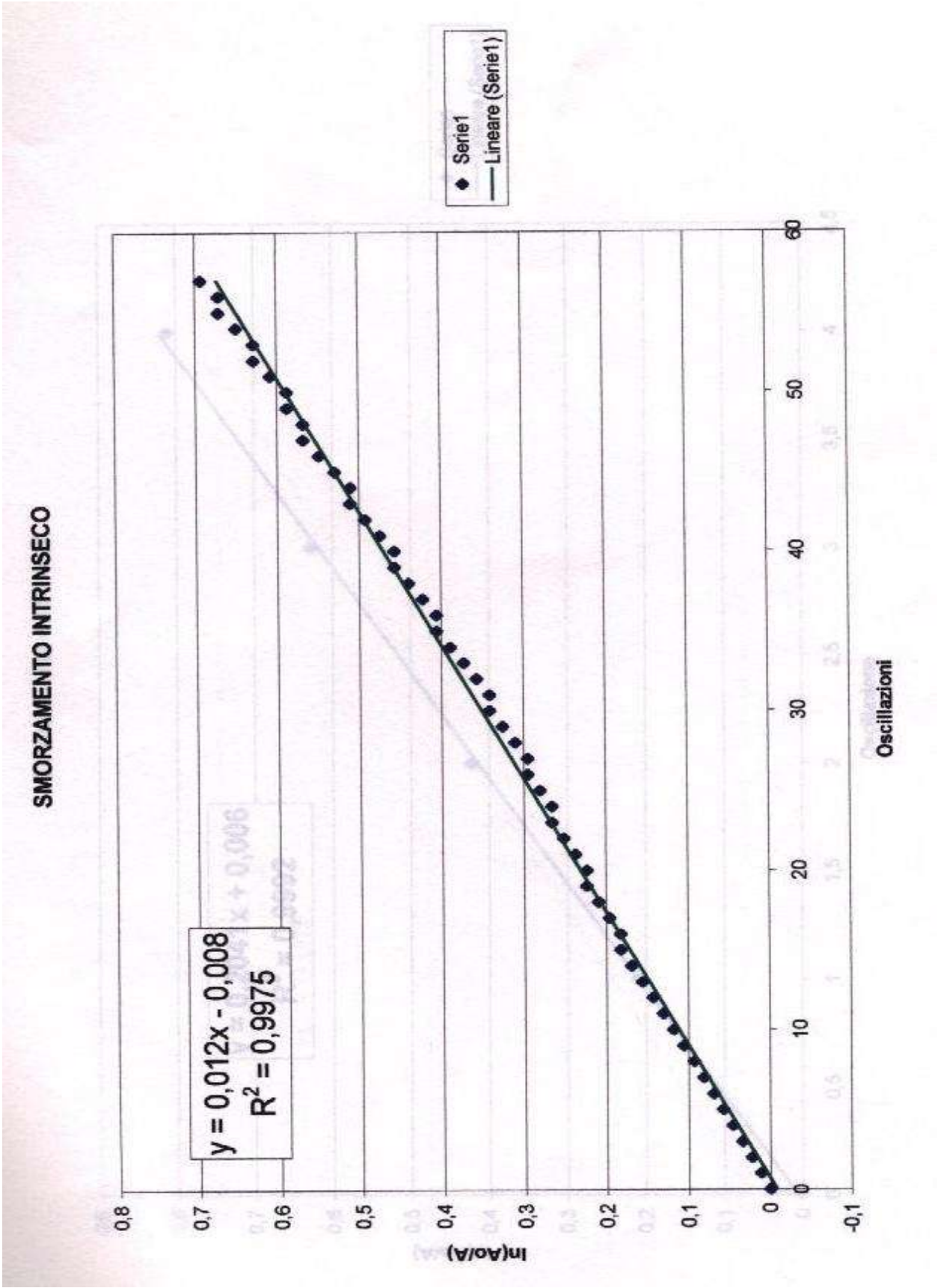
Siamo passati successivamente allo studio del motore. Ne abbiamo fatto la taratura studiando la relazione che lega ω alla tensione di alimentazione V.
Abbiamo misurato il periodo di 10 giri completi con quattro tensioni diverse:

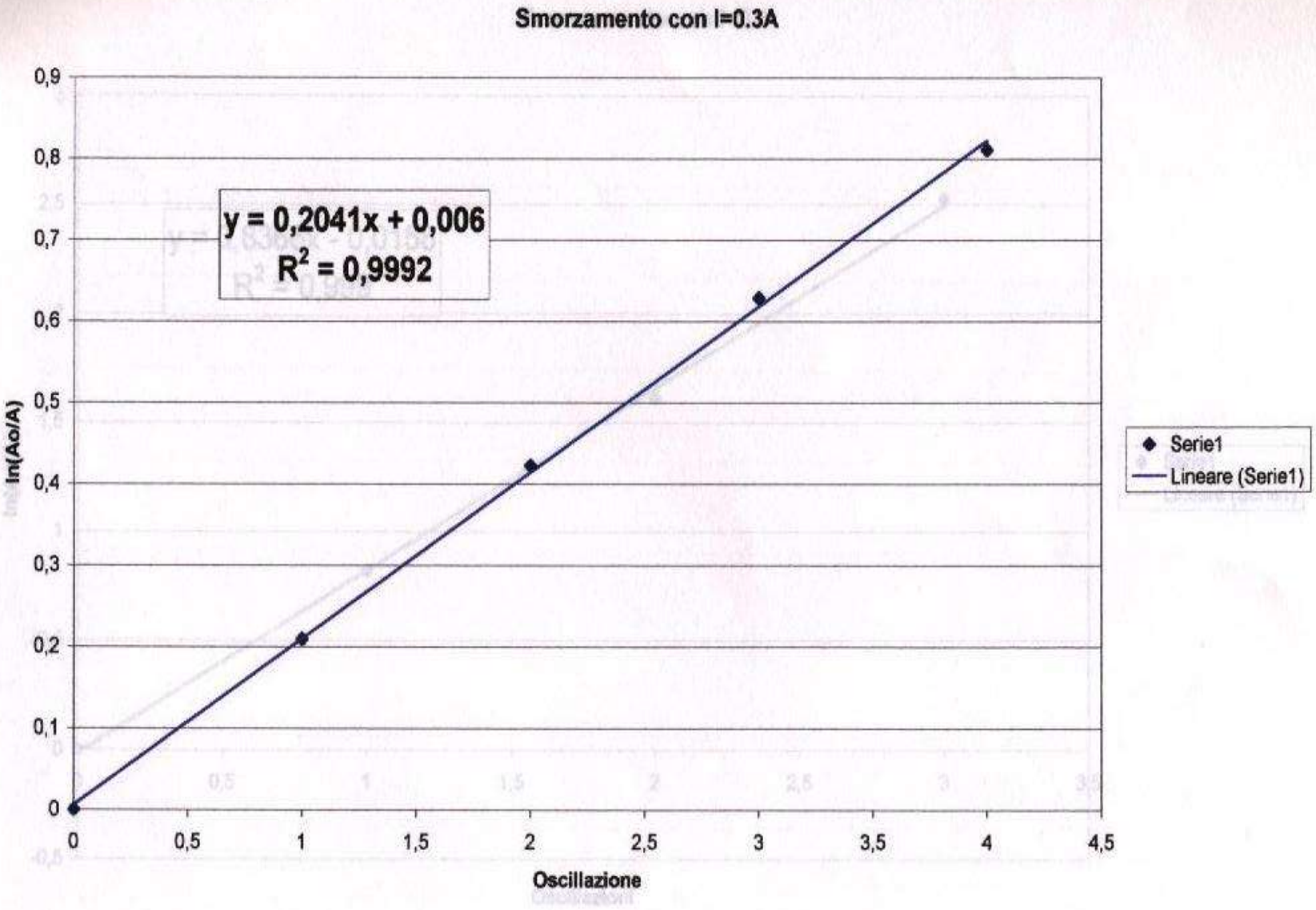
tens.	Tempo	ω
2V	79 sec.	0.79
5V	27 sec.	2.32
10 V	14 sec.	4.49
15 V	8 sec.	7.85

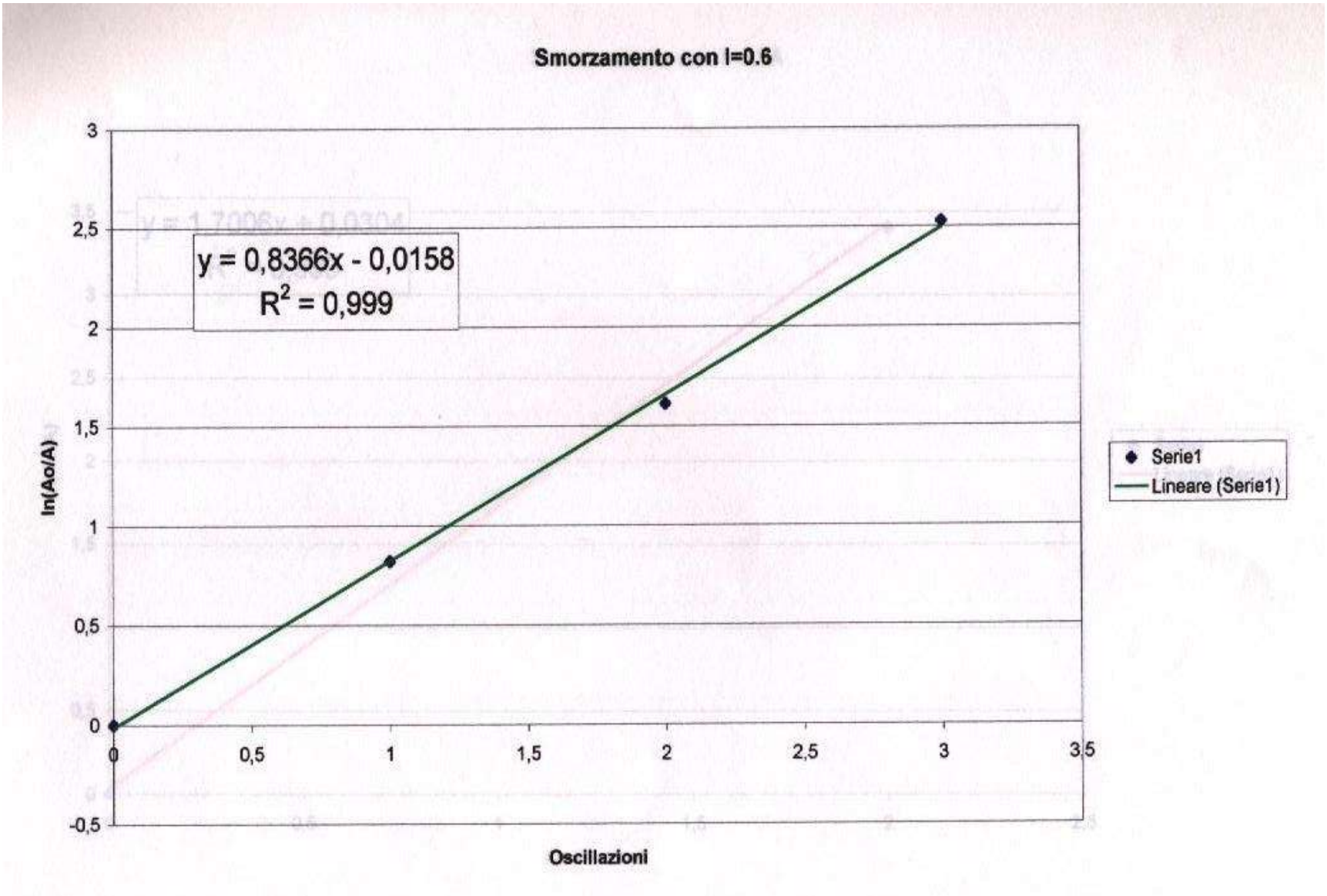
Dai minimi quadrati (vedi grafico 7) abbiamo ottenuto ω = 0.533 V.

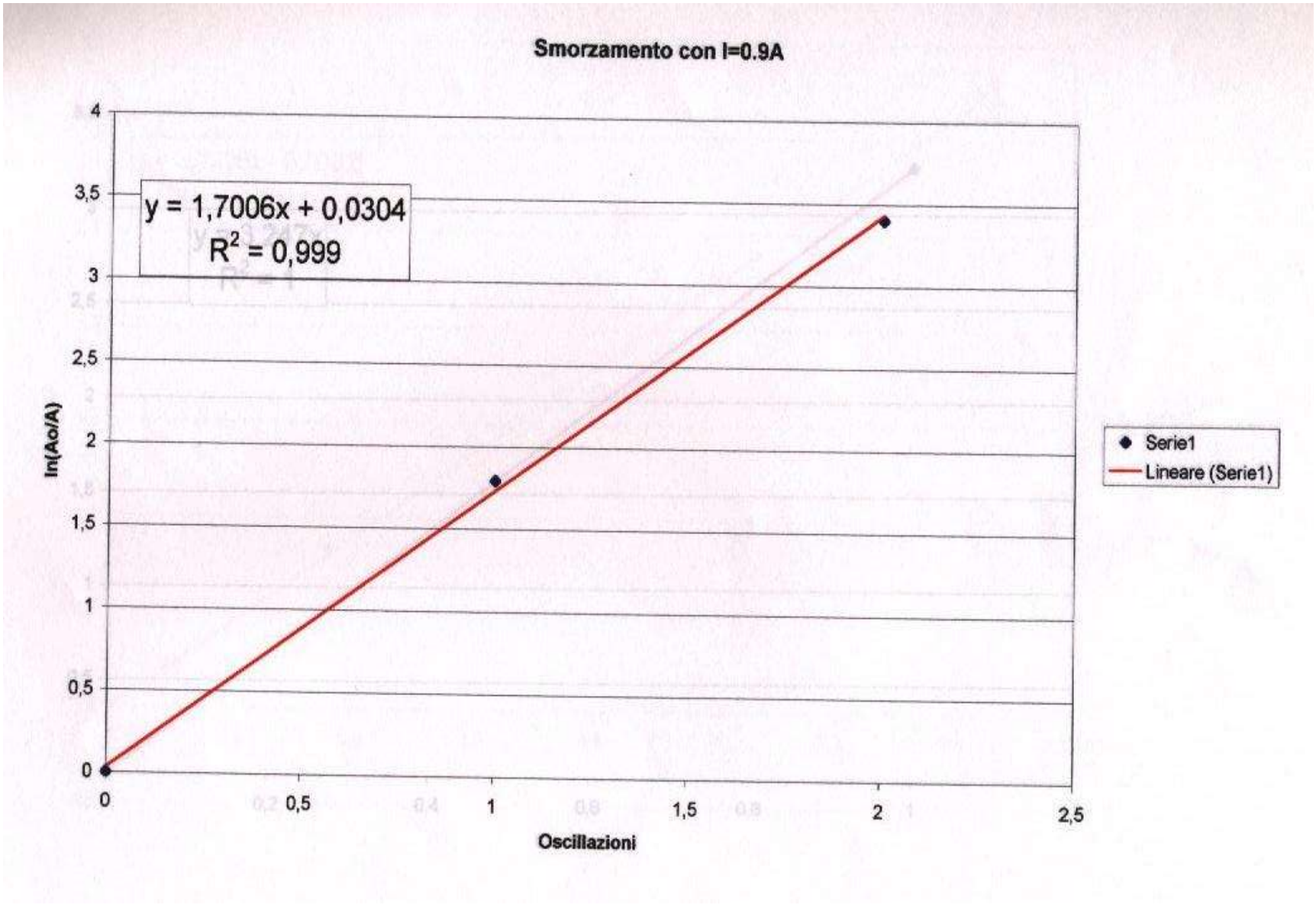
Ultima fase del nostro esperimento è stata lo studio della risonanza che si ottiene quando

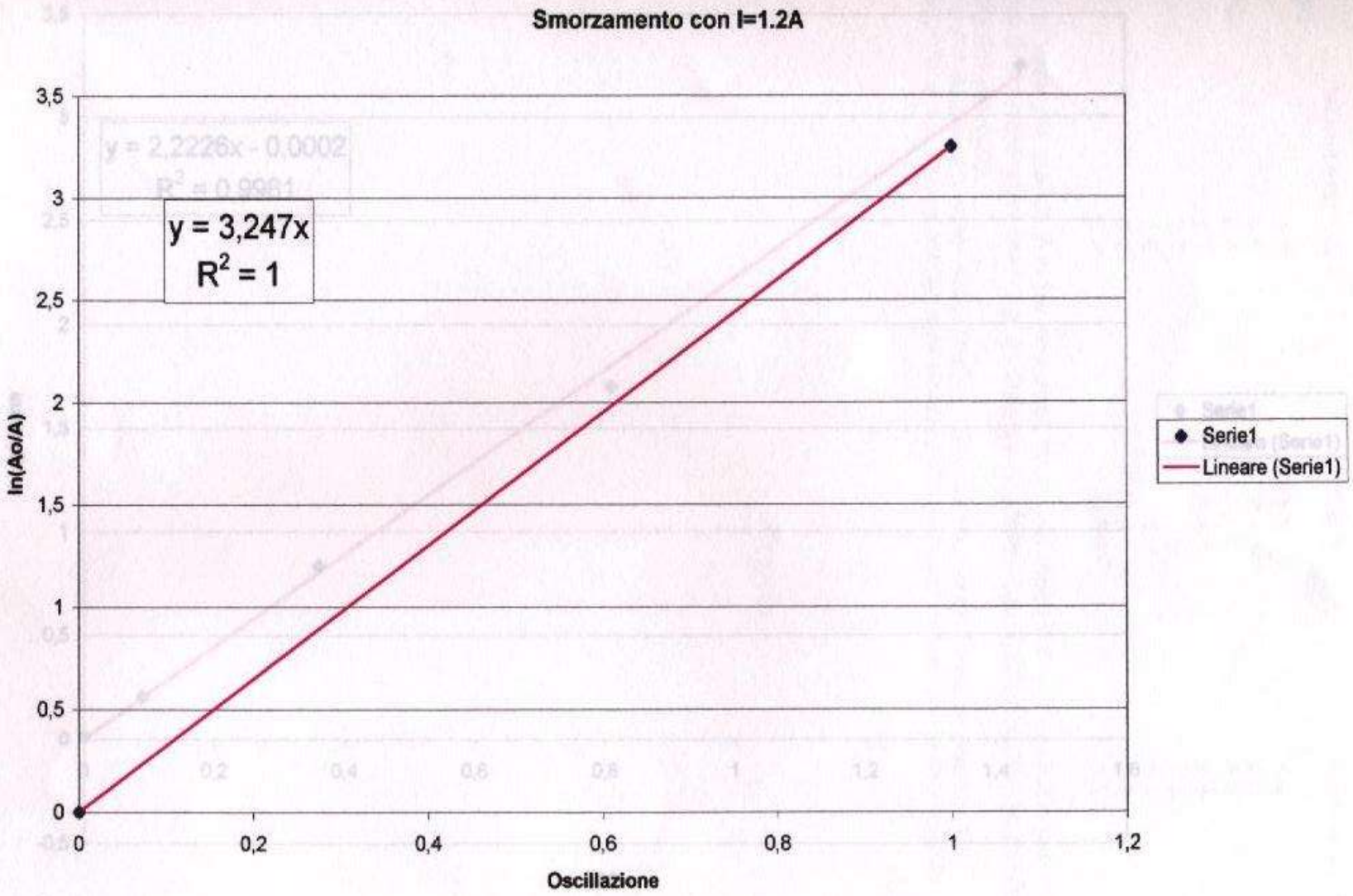
la frequenza del motore tende alla frequenza del pendolo.
Abbiamo preso le misure per 3 diverse alimentazioni (3 diversi smorzamenti).

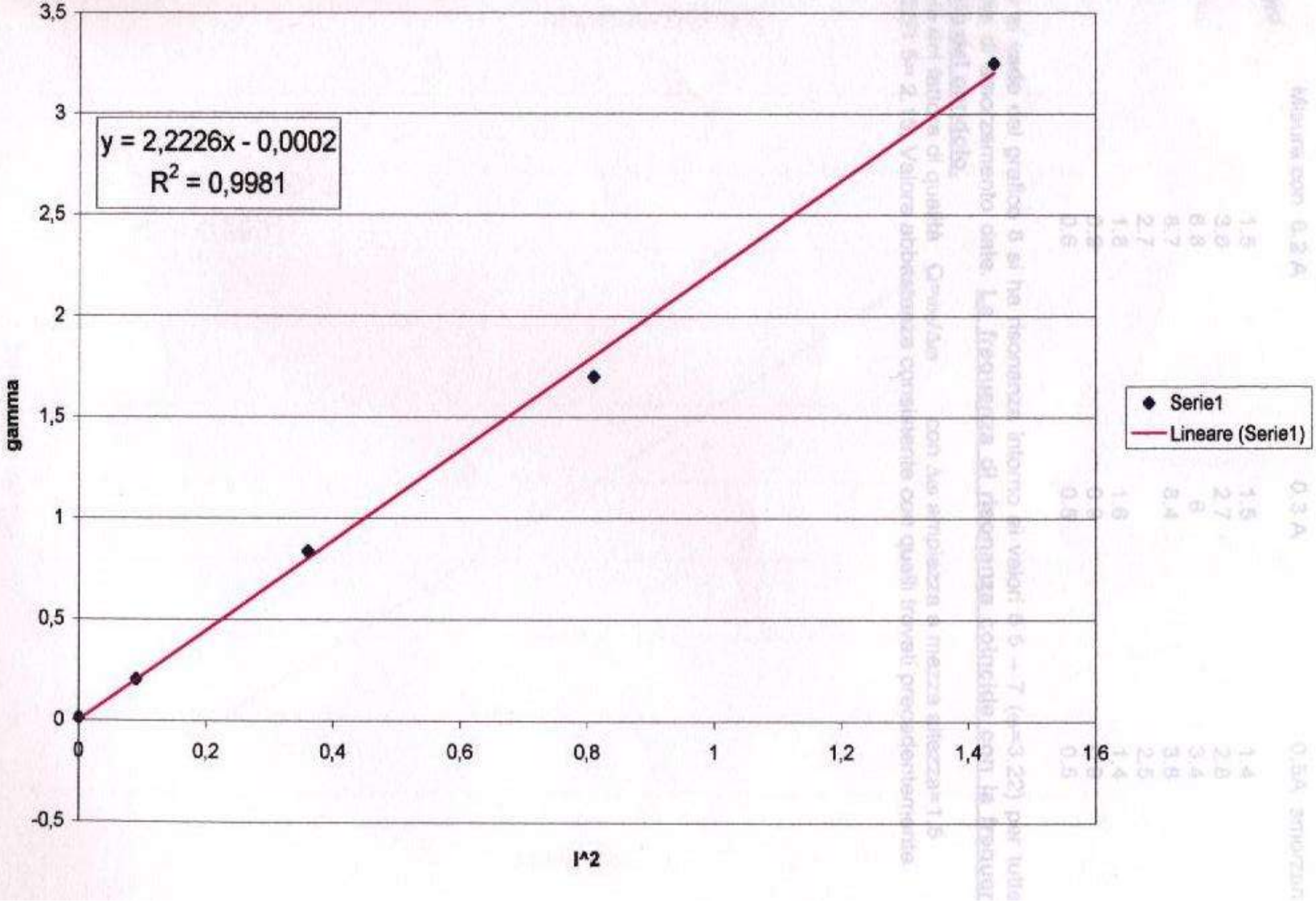



Smorzamento con I=0.3A
y = 0,2041x + 0,006
R² = 0,9992
ln(Ao/A)
Oscillazione
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
Serie1
Lineare (Serie1)


Smorzamento con l=0.6
y = 0,8366x - 0,0158
R² = 0,999
ln(Ao/A)
Oscillazioni
Serie1
Lineare (Serie1)
3
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5


Smorzamento con I=0.9A
y = 1,7006x + 0,0304
R² = 0,999
ln(Ao/A)
Oscillazioni
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
Serie1
Lineare (Serie1)


Smorzamento con I=1.2A
y = 3,247x
R² = 1
ln(Ao/A)
Oscillazione
Serie1
Lineare (Serie1)
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

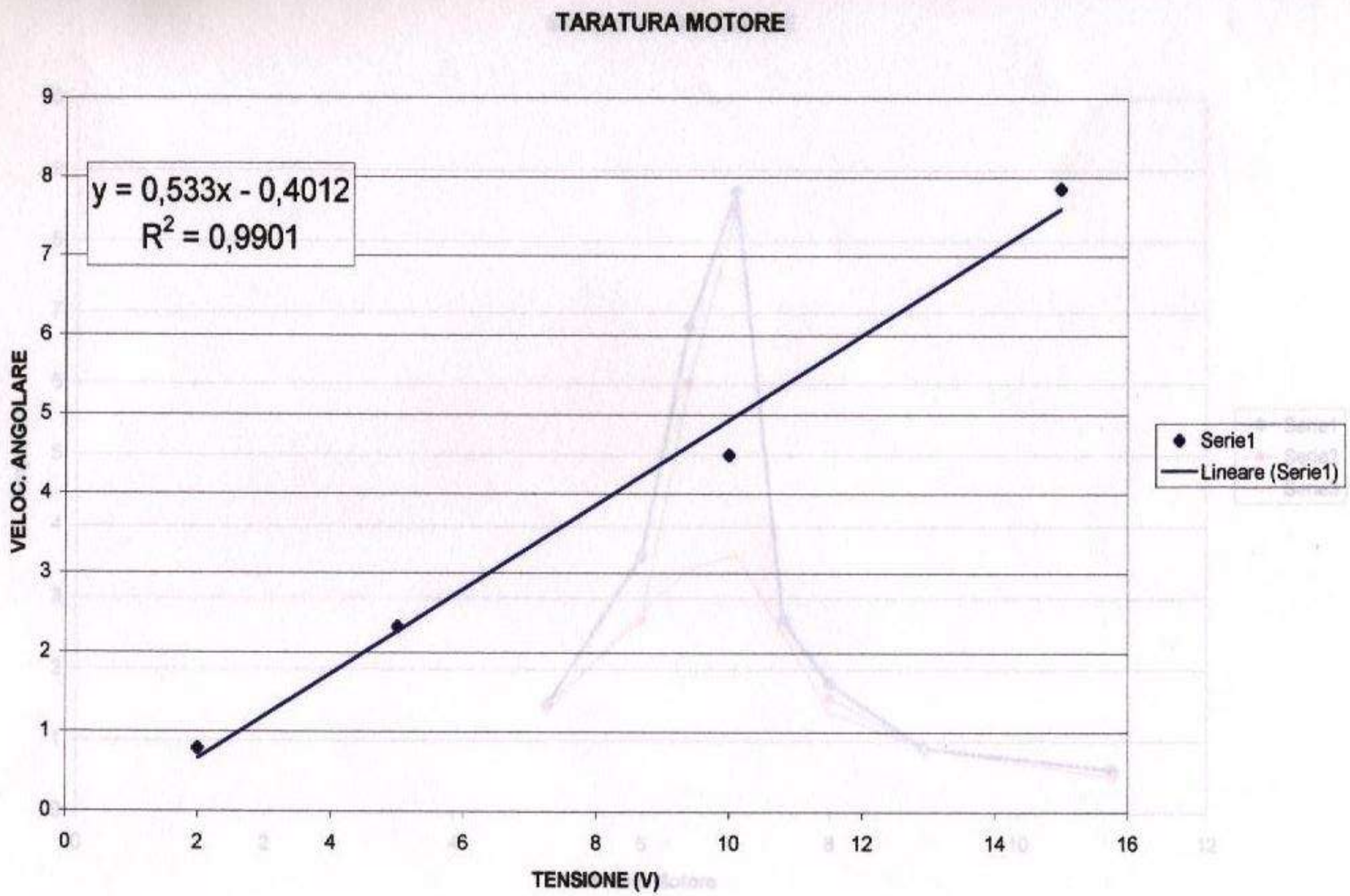

y = 2,2226x - 0,0002
R² = 0,9981
gamma
I^2
3,5
3
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
Serie1
Lineare (Serie1)

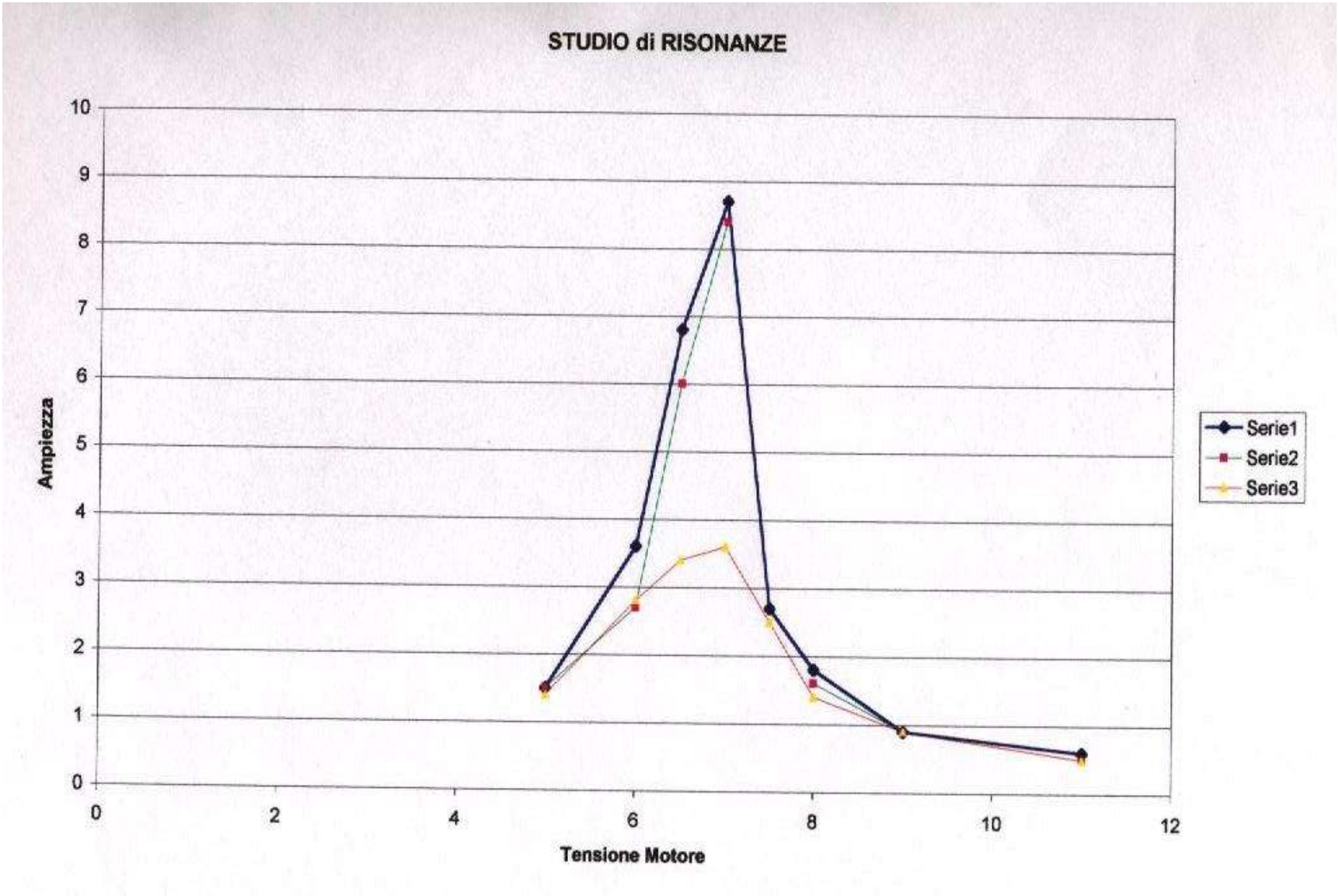
Misura con tensioni	0.2 A	0.3 A	0.5A smorzam.
5V	1.5	1.5	1.4
6 V	3.6	2.7	2.8
6.5 V	6.8	6	3.4
7V	8.7	8.4	3.6
7.5 V	2.7		2.5
8V	1.8	1.6	1.4
9 V	0.9	0.9	0.9
11V	0.6	0.5	0.5

Come si vede dal grafico 8 si ha risonanza intorno ai valori 6.5 – 7 (ω=3.22) per tutte le tensioni di smorzamento date. **<u>La frequenza di risonanza coincide con la frequenza propria del pendolo.</u>**

Calcolo del fattore di qualità $Q=\omega_0/\Delta\omega$ con $\Delta\omega$ ampiezza a mezza altezza=1.5

Q=3.22/1.5= 2.15. Valore abbastanza consistente con quelli trovati precedentemente.


TARATURA MOTORE
y = 0,533x - 0,4012
R² = 0,9901
VELOC. ANGOLARE
TENSIONE (V)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
0
2
4
6
8
10
12
14
16
Serie1
Lineare (Serie1)


STUDIO di RISONANZE
Ampiezza
Tensione Motore
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
0
2
4
6
8
10
12
Serie1
Serie2
Serie3